

ANNO SCOLASTICO: 2025-2026

PROGRAMMA EFFETTIVAMENTE SVOLTO
Docente: Secco Alberto
Classe: 5G
Materia: matematica

INTRODUZIONE ALL'ANALISI

Topologia su $\mathbb{R}$; insiemi numerici limitati e illimitati; intervalli ed intorno di un punto; estremo superiore ed inferiore di un insieme numerico; massimo e minimo; punti di accumulazione, punti isolati.

Concetto di funzione reale a variabile reale, dominio, codominio e grafico.

Proprietà caratteristiche e grafici delle funzioni elementari: lineare, quadratica, di proporzionalità inversa, esponenziale, logaritmica, potenza, goniometrica, valore assoluto.

Funzioni pari e dispari; crescenti, decrescenti, periodiche.

Funzioni inverse e composte.

Dominio di una funzione; intersezione con gli assi cartesiani, zeri e segno di una funzione.

Estremi superiore ed inferiore di una funzione.

LIMITI E CONTINUITÀ

Concetto di limite, definizione ed interpretazione geometrica nei vari casi (limite finito ed infinito per x tendente a valore finito ed infinito); limite destro e sinistro.

Teoremi sui limiti: unicità (dimostrazione), permanenza del segno (enunciato), confronto (enunciato).

Algebra dei limiti. Il limite di una somma di funzioni è uguale alla somma dei limiti (dimostrazione).

Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo; continuità delle funzioni elementari.

Limite di somma, prodotto e quoziente di funzioni; calcolo di limiti di funzione composte.

Limiti fondamentali: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (dimostrazione) e $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$; limiti delle funzioni razionali fratte.

Forme di indeterminazione; confronto tra infiniti e infinitesimi.

Continuità di una funzione in un punto.

Punti singolari e loro classificazione.

Teoremi sulle funzioni continue: teorema di esistenza degli zeri (enunciato), teorema di Weierstrass (enunciato), teorema dei valori intermedi (enunciato).

Continuità delle funzioni definite a tratti.

Asintoti e grafico probabile di una funzione.

DERIVATE E TEOREMI SULLE FUNZIONI DERIVABILI

Rapporto incrementale di una funzione; definizione di derivata di una funzione in un punto e in un intervallo; significato geometrico della derivata; equazione della retta tangente e della normale ad una curva in un suo punto.

Continuità delle funzioni derivabili.

Teorema: la continuità come condizione necessaria ma non sufficiente per la derivabilità di una funzione (dimostrazione).

Derivate delle funzioni elementari (dimostrazioni).

Regole di derivazione con dimostrazioni per somma e prodotto, solo enunciato per quoziente e funzione composta.

Punti di non derivabilità e loro classificazione (cuspidi, punti angolosi, flessi a tangenti verticale).

Derivate di ordine superiore al primo.

TEOREMI SULLE FUNZIONI DERIVABILI

Definizione di massimo e minimo relativi ed assoluti e punti stazionari.

Teorema di Fermat (dimostrazione).

Definizione di punto stazionario.

Teoremi di Rolle (dimostrazione), Lagrange (dimostrazione) e suoi corollari.

Analisi dei punti stazionari in base alla derivata seconda.

Problemi di massimo e di minimo.

Concavità e convessità.

Criterio di concavità e convessità per le funzioni derivabili due volte (enunciato).

Punti di flesso.

Teorema di De L'Hôpital (enunciato) e calcolo di limiti indeterminati.

Studio di funzione.

Approssimazione delle radici di un'equazione con il metodo di bisezione.

INTEGRALE INDEFINITO

Definizione di primitiva di una funzione e di integrale indefinito; proprietà degli integrali indefiniti.

Linearità dell'integrale indefinito.

Integrali immediati; integrazione per scomposizione; integrazione per sostituzione; integrazione per parti, integrazione di funzioni razionali fratte.

INTEGRALE DEFINITO

Integrale definito di una funzione continua e sua interpretazione geometrica.

Proprietà degli integrali definiti.

Teorema del valor medio per gli integrali (dimostrazione).

La funzione integrale.

Teorema fondamentale del calcolo integrale (dimostrazione).

Calcolo degli integrali definiti.

Applicazioni degli integrali definiti: calcolo di aree di regioni piane, calcolo di volumi con il metodo delle sezioni e volumi dei solidi di rotazione, metodo dei gusci cilindrici.

INTEGRALI IMPROPRI

Integrabilità di una funzione (enunciato).

Integrali impropri su intervalli limitati.

Integrali impropri su intervalli illimitati.

Cuneo, lì 29/05/2026

Firma del Docente: Alberto Secco